



Técnicas avanzadas de optimización en sistemas de transporte de gas natural

ROGER Z. RÍOS MERCADO *, CONRADO BORRAZ SÁNCHEZ *



El gas natural, como uno de los combustibles fósiles más limpios, ha llegado a ser uno de los recursos naturales más importantes alrededor del mundo. La confiabilidad y eficiencia con que puede ser transportado ha causado que sus sistemas de transmisión se hayan incrementado de manera exponencial desde hace ya varias décadas. Actualmente, estos inmensos sistemas de transmisión, los cuales yacen bajo el subsuelo, virtualmente no vistos, se encuentran entre los métodos más seguros de transporte de energía (gas) para satisfacer a miles de millones de clientes mediante entregas de grandes volúmenes de gas para su uso doméstico e industrial. En paralelo, un elevado costo asociado con esta transportación (millones de dólares anuales) debe ser cuidadosamente observado.

En este trabajo nos enfocamos en el problema de minimización del costo de combustible (PMCC) incurrido por estaciones compresoras instaladas en sistemas de transmisión de tuberías

de gas natural. El problema puede ser descrito como sigue: necesitamos mover típicamente enormes cantidades de gas desde diversas posibles fuentes hacia diferentes centros de distribución a través de varios dispositivos incluyendo tuberías, reguladores, válvulas y compresores. Durante este proceso de transmisión, la energía y presión van disminuyendo debido a la fricción entre el gas y las paredes internas de las tuberías, así como a la transferencia de calor entre el gas y el medio ambiente. Por lo tanto, encender las estaciones compresoras instaladas en la red se torna crucial para incrementar la presión periódicamente y mantener así el gas fluyendo a través del sistema. En consecuencia, altos costos asociados de consumo de combustible son incurridos por estas estaciones compresoras, además de que se estima que típicamente entre 3 y 5% del gas transportado es también consumido por dichos compresores. Por otro lado, aún una mejora marginal de 1-2% sobre el costo total en la operación del gas tiene un impacto positivo muy significativo desde un punto de vista económico, ya que hablamos de un ahorro de millones de dólares por año que conlle-

□ El presente artículo está basado en la investigación "Técnicas avanzadas de optimización en sistemas de transporte de gas natural", galardonada con el Premio de Investigación UANL 2009 en la categoría de Ingeniería y Tecnología, otorgado en sesión solemne del Consejo Universitario, en septiembre de 2009.

* División de Posgrado en Ingeniería de Sistemas, FIME-UANL.

varía a establecer una relación más afable entre la sociedad en general y el sector industrial. De ahí que el problema de determinar un plan de transporte sobre una red existente que satisfaga la demanda especificada mientras se cumplen con todas las restricciones provee, desde una perspectiva práctica, es la principal motivación del trabajo que ahora presentamos.

El problema es representado por una red, donde sus arcos representan los ductos o estaciones compresoras, y sus nodos son los puntos físicos de interconexión. Se consideran dos tipos de variables continuas de decisión: el flujo másico a través de cada arco de la red, y los niveles de presión en cada nodo. Así, desde la perspectiva de la optimización, el PMCC es modelado como un problema de programación no lineal (NLP, por sus siglas en inglés, *Non-Linear Programming*), donde tanto la función de costo y el conjunto de restricciones son típicamente no lineales y no convexos. Dado que es bien conocido que los problemas NLP no convexos son clasificados como problemas NP-duros,¹ esto motiva aún más al estudio e implementación de la aproximación heurística que en este artículo se propone.

El estado del arte revela dos tipos fundamentales de redes: no cíclicas y cíclicas. Las primeras han recibido la mayor atención durante los últimos 40 años, llegando a ser inclusive un problema trivial donde diversas metodologías de solución, la mayoría basadas en técnicas de programación dinámica² (DP por sus siglas en inglés, *Dynamic Programming*) han sido aplicadas con éxito. En contraste, los sistemas cíclicos presentan un problema mucho más difícil de resolver. En este sentido, trabajos en esta área son prácticamente inexistentes, y aquellos implementados con base en técnicas de aproximación de búsqueda del gradiente y DP han tenido poco o limitado éxito. De hecho, la principal limitación de las técnicas de gradiente es su estatus de optimalidad local, mientras que la desventaja de la DP es que su aplicación se limita a estructuras no cíclicas o problemas la solución final obtenida es “óptima” con

respecto a un conjunto de flujos factibles previamente establecido.

Desde hace ya varios años la búsqueda tabú³ (TS, por sus siglas en inglés, *Tabu Search*) ha establecido su posición como una metaheurística efectiva que se ha tomado como base para el diseño e implementación de algoritmos que resuelven problemas de optimización combinatorios en diferentes áreas de investigación. De ahí que, aun cuando lidiamos con un problema de optimización continuo, la no convexidad que la función objetivo y el dominio factible de operación presentan a TS, sobre un espacio apropiado de factibilidad discreto, una muy atractiva y prometedora estrategia de solución debido a su versatilidad para sobrellevar la optimalidad local.

En este trabajo proponemos una metodología novel para lidiar con el problema de cómo operar de manera óptima las estaciones compresoras en los sistemas de tuberías de gas natural, enfocando nuestro esfuerzo a resolver topologías de red con estructuras cíclicas. La técnica propuesta combina una técnica de programación dinámica no secuencial⁴ (NDP por sus siglas en inglés, *Non-sequential Dynamic Programming*) dentro de un esquema de búsqueda tabú.

Evidencia empírica sobre una extensa base de datos de instancias cíclicas con diferentes configuraciones de flujo muestra la eficiencia de la aproximación propuesta. Una comparación con el método del *Gradiente Reducido Generalizado* (GRG) bajo un esquema multiarranque, demuestra la superioridad de nuestro procedimiento. Asimismo, nuestra metodología propone una mejora significativa en el estado del arte de los procedimientos existentes. Además, con el fin de desafiar la calidad de las soluciones entregadas por nuestro algoritmo, también se deriva un esquema de acotamiento inferior demostrando que el margen de optimalidad encontrada por nuestra técnica es menos de 16%, donde la mayoría de las instancias resueltas estuvieron a no más de 10% del óptimo global, lo cual representa un gran avance del actual estado del arte en esta área de investigación. De ahí

que la contribución científica del presente trabajo esté en proveer la mejor técnica conocida a la fecha para resolver el PMCC sobre topologías cíclicas.

Descripción del problema

En esencia, los sistemas de gasoductos pueden ser clasificados en sistemas en estado estable o sistemas transientes. Aquí asumimos un sistema en estado estable e isotérmico (temperatura constante) para proveer soluciones a sistemas que han estado operando por una cantidad de tiempo relativamente grande –lo que en la práctica es una situación bastante común–. Con respecto a los modelos transientes, debido a su alta intratabilidad desde la perspectiva de la optimización, su análisis puede llevarse a cabo básicamente mediante modelos descriptivos. De ahí que la optimización sobre estos sistemas permanezca aún en estos días como uno de los grandes desafíos en esta área.

Asumimos también un modelo determinista, esto es, cada parámetro es conocido con certeza. En términos de las estaciones compresoras, consideramos unidades compresoras centrífugas por ser las más utilizadas en la industria del gas natural. Ahora bien, con respecto al modelo de red, nosotros asumimos que la red está balanceada y es dirigida, es decir, no hay pérdida de gas en lo absoluto y cada arco en la red tiene una dirección previamente especificada.

Definición del modelo matemático

El modelo matemático se plantea como un modelo no convexo (NLP). Sea $G = (V, A)$ un grafo dirigido que representa una red de transmisión de gas, donde V representa el conjunto de nodos y A el conjunto de arcos dirigidos. Desde la perspectiva real, cada nodo en V representa un punto de unión entre ductos o entre un ducto y una estación compresora, en donde existe forma de medir y/o controlar la presión del gas. Además, existen tres tipos de nodos distintos: nodo proveedor

(donde se inyecta gas al sistema), nodo demanda (donde se extrae gas del sistema) y nodo de paso. Estos tres conjuntos de nodos se representan por V_s , V_d y V_p , respectivamente, donde $V = V_s \cup V_d \cup V_p$. De igual manera, el conjunto de arcos A puede dividirse en un conjunto de arcos que representan físicamente a los ductos (A_p) y uno que representa a las estaciones compresoras (A_c), donde $A = A_p \cup A_c$. Esto es, si $(i, j) \in A_c$ entonces $i, j \in V$ son los nodos de red que representa los puntos de entrada y salida, respectivamente, de alguna estación compresora (i, j) . Una interpretación análoga es hecha para los arcos ductos $(i, j) \in A_p$.

La capacidad y la resistencia de un ducto $(i, j) \in A_p$ se denotan por U_{ij} y R_{ij} , respectivamente. P_i^L y P_i^U son los límites de presión inferior y superior en el nodo $i \in V$. B_i es la tasa de flujo neto en el nodo $i \in V$, donde $B_i > 0$ si $i \in V_s$, $B_i < 0$ si $i \in V_d$, y $B_i = 0$ en cualquier otro caso. Definimos a las variables de decisión como x_{ij} , el flujo másico a través del arco $(i, j) \in A$, y p_i , la presión en el nodo $i \in V$.

Luego, entonces, el PMCC se formula como:

Minimizar	$\sum_{(i,j) \in A_c} g(x_{ij}, p_i, p_j)$	(1)
sujeta a:	$\sum_{\{j (i,j) \in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j (j,i) \in A\}} x_{ji} = B_i \quad \forall i \in V$	(2)
	$x_{ij} \leq U_{ij} \quad \forall (i, j) \in A_p$	(3)
	$p_i^2 - p_j^2 = R_{ij} x_{ij}^2 \quad \forall (i, j) \in A_p$	(4)
	$P_i^L \leq p_i \leq P_i^U \quad \forall i \in V$	(5)
	$(x_{ij}, p_i, p_j) \in D_{ij} \quad \forall (i, j) \in A_c$	(6)
	$x_{ij}, p_i \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A, i \in V$	(7)

La expresión (1) representa la función objetivo, la cual mide el costo total del combustible consumido por las estaciones compresoras en el sistema. Definida por:

$$g(x_{ij}, p_i, p_j) = \alpha x_{ij} \left\{ \left(\frac{p_j}{p_i} \right)^m - 1 \right\}, \quad (x_{ij}, p_i, p_j) \in D_{ij},$$

donde α y m son parámetros constantes conocidos que dependen de las propiedades físicas del gas.

Las ecuaciones (2) y (3) son dos restricciones típicas en cualquier problema de flujo en redes:

balance de flujo nodal, con $\sum_{i \in V} B_i = 0$, y restricción de capacidad, respectivamente. La ecuación (4) representa la dinámica del flujo de gas a través de cada ducto de la red, es decir, nos muestra la relación que existe entre la disminución de presión y el flujo de gas en estado estable (válida para gases de alta presión). Ésta se denomina ecuación de Osiadacz⁵ (para un análisis más detallado véase S. Kim, R. Z. Ríos Mercado y E. A. Boyd)⁶.

Los límites de presión en cada nodo son dados por la restricción (5). La expresión (6) representa el dominio de operación factible para cada estación compresora del sistema (para una inspección más detallada ver Wu, R.Z. Ríos Mercado, E. A. Boyd y L.R. Scott).⁷

La figura 1 muestra en 2-D el dominio D_{ij} cuando la presión de entrada (o de succión) p_i se fija. La formulación exacta del modelo está totalmente disponible en: <http://yalma.fime.uanl.mx/~roger/ftp/>.

Finalmente, la expresión (7) representa la condición de no negatividad de las variables de decisión.

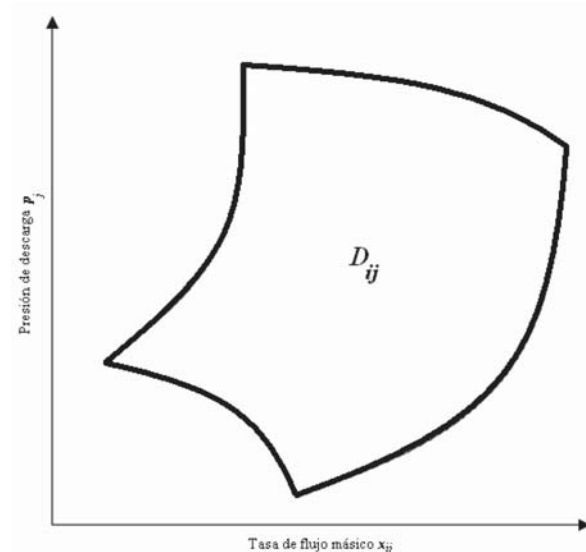


Fig. 1. Dominio factible D_{ij} de una estación compresora $(i,j) \in Ac$ con P_i fija.

Revisión de la bibliografía

Una extensa bibliografía para resolver el PMCC ha sido publicada durante las últimas décadas. Dentro de ésta se incluyen aplicaciones basadas en simulaciones numéricas (A. J. Osiadacz),⁵ programación dinámica² (DP por sus siglas en inglés, *Dynamic Programming*) (ver S. Wu, R. Z. Ríos-Mercado, E.A. Boyd y L.R. Scott,⁷ J.T. Jefferson⁸ y P.J. Wong y R.E. Larson,⁹ técnicas de gradiente (ver H.J. Flores-Villarreal y R.Z. Ríos-Mercado),¹⁰ y otros. La mayoría de las contribuciones han estado prácticamente limitadas a redes de tuberías con estructuras no cíclicas o pequeñas redes cíclicas, obteniendo un considerable o modesto éxito sobre tales instancias.

Diversos trabajos, algunos relacionados con la programación dinámica no secuencial (ver R.G. Carter⁴ y C. Borraz Sánchez y R.Z. Ríos Mercado)¹¹ han sido desarrollados con la promesa de manejar topologías cíclicas. El trabajo más importante sobre redes cíclicas conocido a la fecha se debe a Carter,⁴ quien desarrolló un algoritmo de DP no secuencial, aunque con la desventaja de estar limitado a un conjunto de flujos másicos factibles. Aun así, este trabajo constituye el mejor método conocido a la fecha para resolver este tipo de problemas. Este trabajo nos conduce a la interesante cuestión de cómo modificar inteligentemente los valores de las variables de flujo actual sobre la red para mejorar la función de objetivo, al encontrar una mejor configuración global del sistema. En nuestro trabajo, desarrollamos precisamente estos conceptos e ideas y derivamos una técnica híbrida de optimización que incorpora exitosamente un método avanzado de optimización metaheurística como la búsqueda tabú y un esquema de programación dinámica no secuencial.

Método de solución propuesto

La metodología propuesta (mostrada en la figura 2), denominada como NDPTS, procede como sigue:

Entrada: Una instancia del PMCC.

Salida: Una solución factible del PMCC.

```

Iniciar procedimiento NDPTS()
1  Preprocesamiento();
2   $x \leftarrow \text{Encontrar\_un\_flujo\_factible\_inicial}()$ ;
3   $p \leftarrow \text{NDP}(x)$ ;
4   $(x, p) \leftarrow \text{TS}(x, p)$ ;
5  Regresar  $(x, p)$ ;

```

Termina *procedimiento* NDPTS

Fig. 2. Pseudocódigo del procedimiento NDPTS.

En el paso 1 se ejecuta una fase de preprocesamiento que refina el dominio D_{ij} mediante técnicas de acotamiento sobre las variables de decisión y aplica una técnica de reducción de red (motivados por el trabajo de Ríos Mercado *et al.*)². Después, en el paso 2, se encuentra un conjunto de flujos factibles iniciales (x) aplicando dos diferentes métodos: una técnica de asignación clásica y un algoritmo de grafo reducido. En el paso 3, un conjunto de presiones óptimas (p), para el flujo obtenido en el paso anterior, es encontrado mediante la aplicación de un algoritmo DP no secuencial (NDP). En este punto del algoritmo, nosotros ya tenemos la solución factible inicial (x, p) que usaremos para ejecutar el procedimiento iterativo de búsqueda local basado en búsqueda tabú (TS).

Dentro de la búsqueda TS hay dos componentes principales para generar una trayectoria de puntos factibles: un componente de modificación de las variables de flujo y un componente de cálculo de las variables de presión. En el primer componente se hace un intento por encontrar un conjunto diferente de flujos factibles, y en el segundo, su correspondiente conjunto de valores óptimos de presión es encontrado por el procedimiento NDP. La búsqueda TS se ejecuta hasta que un criterio de parada es alcanzado, en este caso, nuestro criterio está dado por un número máximo de iteraciones.

A continuación describimos la fase de reducción de red que se aplica en el paso 1 del algoritmo. En lo que resta de la sección nosotros asumiremos que hay un flujo factible inicial y proveere-

mos una descripción detallada de los componentes del procedimiento NDP (paso 3) y el esquema de búsqueda TS (paso 4), los cuales son el enfoque central de este trabajo.

Técnica de reducción

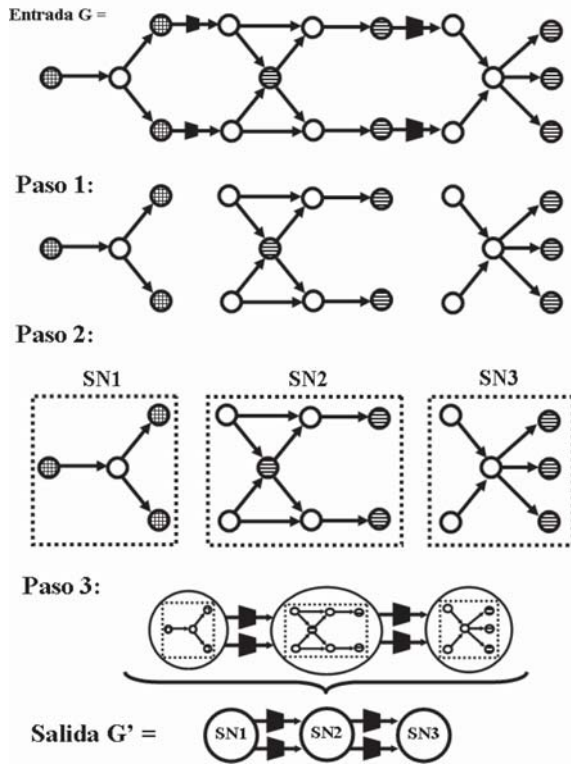
En la fase de preprocesamiento se lleva a cabo un proceso esencial de reducción y simplificación de la red del sistema para aplicar el algoritmo NDP de una manera más directa y eficiente.

Una red compresora o reducida contiene exclusivamente arcos compresores, mientras que los demás componentes de la red (arcos ducto y nodos) son agrupados en metanodos. Típicamente se define una red reducida $G' = (V', A_c)$ de G , donde A_c es el conjunto de arcos compresores de la red original, y V' es el conjunto de metanodos, el cual describimos más abajo. Esta técnica se basa en la demostración de unicidad de asignación de flujos sobre un sistema de gasoductos en Ríos Mercado *et al.*¹² donde se establece que si se conocen los flujos en los compresores y los flujos netos del fluido en cada nodo, es posible determinar los flujos correspondientes en los ductos de una forma sencilla mediante la resolución de un sistema de ecuaciones algebraicas.

La transición de reducción se describe por tres simples pasos (figura 3): remover temporalmente todos los arcos compresores de G , “comprimir” cada componente conexo en un metanodo SN_{q_i} , $\forall i = 1, \dots, Q$ y, finalmente, regresar cada arco compresor removido a su sitio. La idea central de la técnica se basa en el manejo de las estructuras para disminuir el tamaño de la red sin alterar su estructura matemática. La complejidad computacional de este procedimiento es $O(|A|)$. Los detalles pueden ser encontrados en R.Z. Ríos Mercado, S. Wu, L.R. Scott y E.A. Boyd.¹²

Programación dinámica no secuencial (NDP)

Se aplicó NDP sobre un conjunto de flujos factibles para obtener un conjunto de presiones ópti-


 Fig. 3. Proceso de reducción de G a G' .

mas. Primero discretizamos el rango continuo de los límites de presión $[p^L, p^U]$. Asumimos que hay m puntos discretizados denotados por p_i^1, \dots, p_i^m , $i \in V'$, y sea $g_{ij}^{kl} = g_{ij}^k(p_i^k, p_j^l)$ si $(p_i, p_j) \in \text{ID}_{ij}$ (factible) y $g_{ij}^{kl}(p_i, p_j) = \infty$ (costo muy grande) en cualquier otro caso (infactible). NDP reduce la red de n compresores en otra equivalente de $n-1$ compresores, mediante la combinación de dos compresores en uno equivalente. El método inicia con un sistema de $|Ac|$ compresores y procede iterativamente hasta obtener un sistema de un compresor que contiene la información óptima del sistema completo basado en el principio de optimalidad de la DP. Estas combinaciones pueden darse de tres formas (figura 4).

(a) Combinando dos compresores conectados en serie: si $v \in V'$ tiene exactamente dos arcos incidentes (u, v) y (v, t) en G' , entonces (u, v) y (v, t) son reemplazados por un nuevo arco (u, t) , donde su

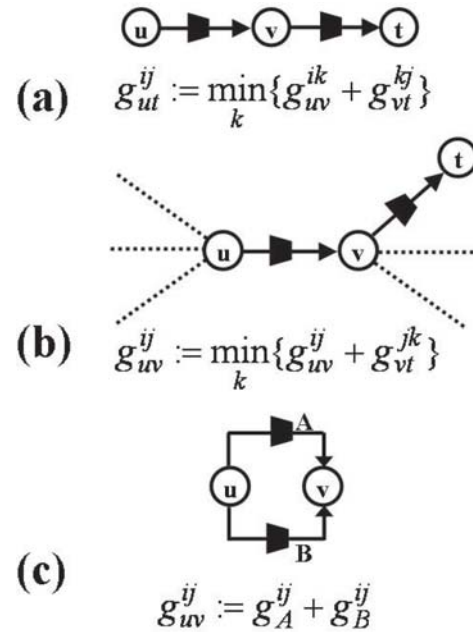


Fig. 4. Tres tipos de operaciones de composición simples para reducir un sistema de gas.

función de consumo de combustible óptima está dada por $g_{ut}^{kl} = \min \{g_{uv}^{ks} + g_{vt}^{sl} : s = 1, \dots, m\}$.

(b) Combinando dos compresores conectados en serie, pero con un arco tipo “colgantes” tipo árbol: en este caso $v \in V'$ tiene más de dos arcos incidentes. Se toma el arco (v, t) que está suelto o “colgando” y (u, v) . En este caso el arco (v, t) es removido, y para el arco (u, v) la función de consumo de combustible óptima g_{uv}^{kl} es actualizada por $g_{uv}^{kl} + \min \{g_{vt}^{ls} : s = 1, \dots, m\}$. Actualizaciones similares aplican a los vecinos que salen de v , y el principio aplica también si un solo vecino de t es externo.

(c) Combinando dos estaciones compresoras en paralelo: si los arcos $a_1, \dots, a_s, \forall s > 1$, en G' conectan los nodos $u, v \in V'$, entonces estos arcos son reemplazados por un solo arco (u, v) . La correspondiente función de costos óptimos se calcula como $g_{uv}^{kl} = \sum_{p=1}^s g_{a_p}^{kl}, \forall k, l = 1, \dots, m$.

Básicamente, NDP consiste en observar el sistema de red y centrar el análisis en dos compresores conectados, reemplazándolos por un solo elemento “virtual” que representa la configuración de operación óptima de ambos compresores. Es parti-

nente hacer mención que estos dos compresores conectados para combinarse pueden ser seleccionados de cualquier forma en el sistema, por lo que la filosofía de recursividad de la DP clásica adquiere un matiz no secuencial. Este proceso de combinación continúa ejecutándose iterativamente, reduce el número de elementos a combinar, y uno dos a la vez hasta que el sistema no puede reducirse más. Esto sucede cuando ha quedado exactamente un único elemento virtual, el cual caracteriza íntegramente el desempeño óptimo del sistema completo de red. Se concluye así que el costo óptimo incurrido en la configuración de operación sobre todas las estaciones compresoras de la red es el mínimo valor dado por la última tabla de costos “virtual”. Después, el conjunto óptimo de las variables de presión puede obtenerse por un proceso simple de sustitución hacia atrás. La complejidad computacional de este algoritmo NDP es $O(|A_c| \cdot \Delta_p^2)$, donde es el número máximo de elementos discretizados dados por el rango de presión.

Heurística de la búsqueda tabú (TS)

En esta sección proponemos y describimos un procedimiento heurístico de TS (mostrado en la figura 5) con la implementación de una estrategia de memoria corta para resolver el PMCC sobre redes cíclicas.

Las dos características principales de TS –y que lo distinguen de otras estrategias de búsqueda– son: 1) el uso de estructuras de memoria para escapar de óptimos locales al “moverse” de una solución a otra; 2) el uso de una lista tabú (*Tabu List*) para evitar ciclarse en la búsqueda cuando oscila entre los estados ya visitados.

El método TS parte del supuesto de que puede construirse un entorno para identificar soluciones adyacentes (llamadas típicamente “soluciones vecinas”) que puedan ser alcanzadas desde la solución actual. Existen muchas maneras de definir el entorno reducido de una solución. La más sencilla es etiquetar como tabú las soluciones pre-

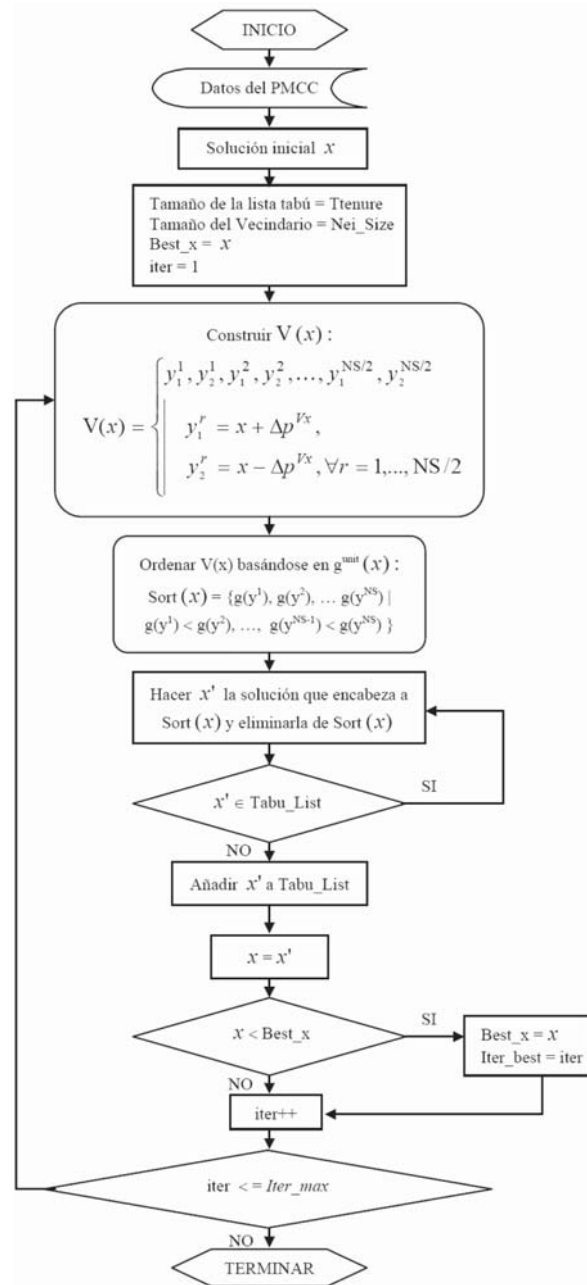


Fig. 5. Procedimiento NDPTS bajo un esquema de TS.

viamente visitadas en un pasado cercano, conocida como memoria a corto plazo (*short-term memory*), la cual se basa en guardar en una lista tabú las soluciones visitadas recientemente (*recency*).

El vecindario $V(x)$ de una solución x se define como el conjunto de soluciones alcanzables desde x mediante una ligera modificación de Δ_x unidades en cada uno de sus componentes. Esto es dado por:

$$V(x) = \left\{ x' \in R^m \mid x'_w = x_w \pm k \cdot \Delta_x, \forall j = 1, \dots, Nsize/2, w = 1, \dots, m \right\} \quad (8)$$

donde $Nsize$ es el tamaño predefinido del vecindario de x y Δ_x cuenta para el tamaño de la malla a ser construida.

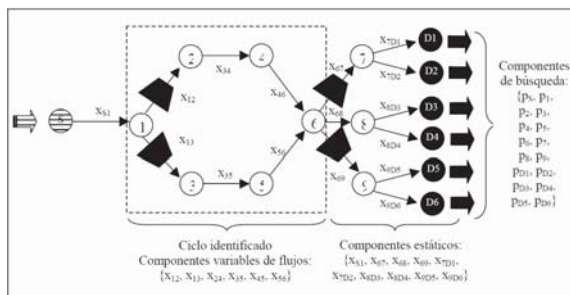


Fig. 6. Componentes básicos de una solución factible del NDPTS sobre una topología cíclica.

El espacio de búsqueda empleado por TS se caracteriza únicamente por las variables de flujo x_{ij} , ya que, una vez fijadas, las variables de presión pueden encontrarse por el algoritmo NDP de manera óptima. Nótese que, para una solución dada, no almacenamos la solución completa, sino sólo el flujo a ser modificado en uno de los arcos del ciclo. Así, en esencia, un estado dado se representa por un vector $x' = (x_{a1}, \dots, x_{am})$, donde a_w es uno de los arcos del ciclo w seleccionado. El conjunto de arcos se selecciona de manera arbitraria, y el proceso de conversión de un flujo x a x' (o viceversa) se logra mediante una simple actualización sobre los arcos restantes del ciclo en cuestión. De esta manera, la caracterización de x y x' puede ser usada arbitrariamente. De ahí que la mejor solución $x' \in V(x)$, la cual no es tabú, es seleccionada y su subconjunto asociado se actualiza acordemente.

La lista tabú (TL) almacena los atributos recientemente usados, en nuestro caso, los valores

de x sobre el único arco atributo del ciclo seleccionado. De esta forma, el tamaño de la lista tabú (*tabu tenure*) controla el número de iteraciones en las que un atributo en particular permanece en la lista antes de poder volver a ser considerado. Finalmente, la búsqueda TS termina al satisfacer el criterio de parada establecido, el cual típicamente se basa en un número máximo (*Iter_max*) de iteraciones.

Experimentación, resultados y discusión

El propósito del diseño y configuración de nuestra base de datos de instancias del problema tiene un objetivo doble. Primero, es necesario para el desarrollo eficiente de nuestra fase experimental y, segundo, proveer un punto de referencia para los diversos algoritmos encontrados en la bibliografía. En consecuencia, la construcción y elaboración de esta base de datos constituye una contribución importante de este trabajo.

Desde la perspectiva de la optimización en redes, se han clasificado tres tipos de topologías de red: a) lineal o *gun-barrel* (figura 7), b) tipo árbol (figura 8) y c) cíclicas (figura 9).

En las figuras 7-9, un nodo rayado (mostrado con una flecha entrante a él) representa un nodo suministro, un nodo negro (mostrado con una flecha saliente a él) es un nodo demanda, y un nodo blanco es simplemente un nodo de paso. Un arco dirigido con un trapecoide, uniendo dos nodos cualesquiera corresponde a una estación compresora, de otro modo es un ducto (tubería).

En la base de datos de prueba, un nombre $x-mCn$ representa una instancia del tipo $x \in \{a, b, c\}$, con m nodos y n arcos compresores. Además, se añade un sufijo $-Cy$, donde $y \in \{1 \dots 9\}$ identifica uno de los nueve diferentes tipos de compresores centrífugos utilizados en la industria. Esta base de datos está disponible en: <http://yalma.fime.uanl.mx/roger/ftp/>, o directamente de los autores bajo petición. Cada una de las instancias está dada como un archivo de GAMS. GAMS

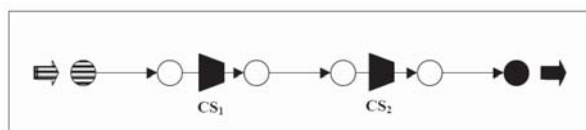


Fig. 7. Topología no cíclica: estructura lineal.

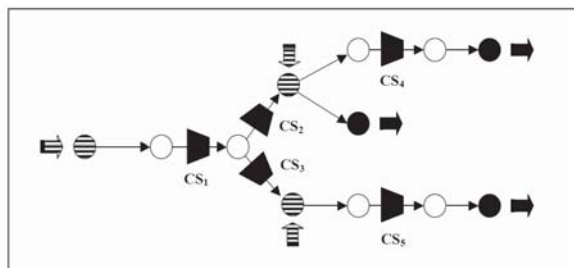


Fig. 8. Topología no cíclica: estructura lineal.

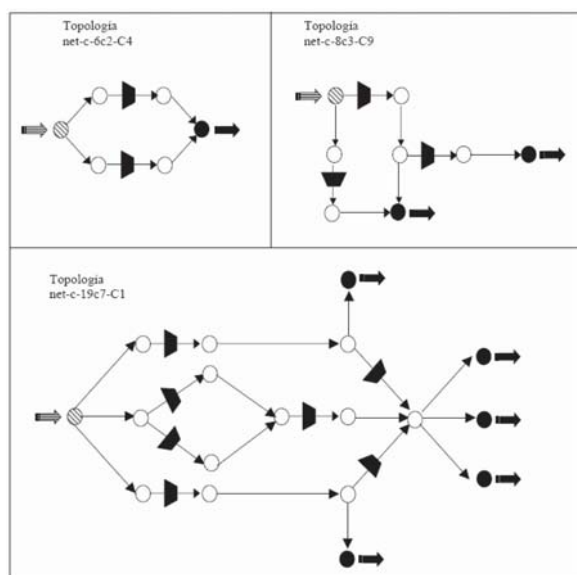


Fig. 9. Instancias de la base de datos de prueba que muestran una estructura cíclica.

es un paquete de modelación algebraica, ampliamente conocido y usado a nivel mundial, con interfaz a varios métodos de optimización.

Los procedimientos, codificados en C++, han sido ejecutados en una estación de trabajo Sun Ultra 10, sobre una plataforma Solaris v.7, propiedad del Laboratorio de Cómputo de Alto Desempeño de la División de Posgrado en Ingeniería de Sistemas de la UANL. Todos los datos relacionados con las estaciones compresoras fueron pro-

porcionados por una firma consultora de la industria del gas natural.

Con respecto a los tamaños de la lista tabú y del vecindario $V(x)$, se realizaron diversos experimentos preliminares con valores de $\{5, 8, 10\}$ y $\{20, 30, 40\}$, respectivamente. De ahí, en los experimentos que aquí presentamos sobre una amplia gama de instancias con diferentes configuraciones cíclicas nosotros usamos los siguientes valores: $Iter_max = 100$, tamaño de discretización $\Delta_x = 5$ en $V(x)$, tamaño de discretización $\Delta_p = 20$ para las variables de presión, tamaño de lista tabú $T_{tenure} = 8$, y tamaño $N_{size} = 20$ del vecindario $V(x)$.

En primera instancia se realizó una comparación entre nuestro método y el GRG, el cual emplea una búsqueda local por gradiente. A este método GRG le incluimos una estrategia multiarranque para hacerlo aún mejor. Posteriormente presentamos una comparación entre nuestro método y el mejor algoritmo conocido existente para resolver este tipo de problemas: el NDP. Como fase final de la experimentación, desafiando aún más las soluciones obtenidas por el NDPTS, proveemos evidencia sobre la calidad de las soluciones reportadas mediante una comparación con una cota inferior desarrollada en este trabajo.

La tabla I muestra los resultados del análisis comparativo entre el GRG y NDPTS aplicados exclusivamente sobre instancias con estructuras cíclicas. Para este análisis se usó la implementación del GRG en Flores Villarreal y R.Z. Ríos-Mercado,¹⁰ añadiendo una estrategia multiarranque. Esto es, dado que el GRG es básicamente un método de búsqueda local, la idea fue aplicarlo con múltiples puntos iniciales, basándonos en un criterio de parada definido por la cantidad de tiempo que el NDPTS usó para encontrar su mejor solución para las instancias de prueba en cuestión. En esta tabla, la primera columna muestra las instancias de prueba. La segunda columna muestra el número total de iteraciones empleadas por el GRG con múltiples puntos iniciales, mientras que los mejores valores de las funciones objetivos (en millo-

nes), cuando una solución óptima pudo ser encontrada por el GRG y el NDPTS, son mostrados en la cuarta y quinta columnas, respectivamente. La tercera columna muestra el tiempo de ejecución (en segundos) de ambos métodos. La última columna corresponde al mejoramiento relativo (*RI*) de nuestro procedimiento propuesto NDPTS sobre el GRG dado por

$$RI = \frac{g_{GRG} - g_{NDPTS}}{g_{NDPTS}} \times 100\%,$$

donde g_z denota el mejor valor de la función objetivo encontrado por el método $Z \in \{\text{GRG}, \text{NDPTS}\}$.

Tabla I. Comparación entre GRG y NDPTS.

Instancia	Iters.	CPU	g_{GRG}	g_{NDPTS}	RI(%)
net-c-6c2-C1	8712	271.7	2.31	2.28	1.06
net-c-6c2-C4	8535	270.0	1.39	1.39	0.00
net-c-6c2-C7	9637	272.3	1.21	1.14	6.19
net-c-10c3-C2	7581	288.9	5.81	4.96	16.95
net-c-10c3-C4	7633	283.6	4.75	2.23	112.37
net-c-15c5-C2	5040	228.3	6.21	4.99	24.59
net-c-15c5-C4	5377	317.2	3.55	3.37	5.41
net-c-15c5-C5	10040	334.0	**	7.96	N/A
net-c-17c6-C1	9654	368.1	**	8.65	N/A
net-c-19c7-C4	8906	393.4	**	8.69	N/A
net-c-19c7-C8	18574	398.7	**	7.03	N/A

En la tabla I puede observarse primero que el NDPTS obtuvo soluciones para todas las instancias de prueba, mientras que el GRG falló en cuatro de éstas, esto es, para cuatro de las instancias más difíciles el GRG no pudo encontrar ninguna solución factible. Los resultados indican que NDPTS sobresalió también en términos de la calidad de la solución al GRG. Por ejemplo, al observar el *RI* obtenido, puede verse fácilmente que en las instancias donde ambos procedimientos encontraron una solución óptima, el NDPTS obtuvo soluciones significativamente de mejor calidad que las obtenidas por el GRG. En términos del esfuerzo computacional, ambos procedimientos emplearon la misma cantidad de tiempo en un rango de 270-400 segundos.

Tabla II Comparación entre NDP y NDPTS.

Instancia	g_{NDP}	g_{NDPTS}	RI(%)
net-c-6c2-C1	2.31	2.28	1.27
net-c-6c2-C4	1.39	1.39	0.00
net-c-6c2-C7	1.19	1.14	4.86
net-c-10c3-C2	6.00	4.96	17.18
net-c-10c3-C4	2.53	2.23	11.68
net-c-15c5-C2	6.00	4.99	16.90
net-c-15c5-C4	3.66	3.37	8.11
net-c-15c5-C5	8.06	7.96	1.21
net-c-17c6-C1	9.77	8.65	11.40
net-c-19c7-C4	12.01	8.69	27.67
net-c-19c7-C8	8.69	7.03	19.12

Ahora bien, la tabla II presenta los resultados de la comparación de nuestro método NDPTS contra el NDP sobre las mismas instancias cíclicas que en el experimento anterior. La primera columna de la tabla muestra las instancias de prueba, y las siguientes dos presentan los mejores objetivos (en millones) encontrados por el NDP y el NDPTS, respectivamente. Así, el mejoramiento relativo (*RI*) de nuestro procedimiento propuesto NDPTS sobre el NDP es presentado en la última columna.

Como podemos observar en la tabla II, el NDPTS reporta mejoras realmente muy significativas en cuestión de la calidad que el NDP. Por ejemplo, recordando que aún un mejoramiento relativo (*RI*) de 1% de la solución implicaría millones de dólares ahorrados, puede verse fácilmente la contribución significativa del NDPTS al descubrir que sólo en una de las once topologías de prueba el *RI* fue menor a 1%. De esta manera, podemos ahora remarcar la superioridad del NDPTS sobre el NDP al encontrar mejoras en todas las instancias excepto una. Además, en seis de once casos el *RI* obtenido por nuestro método fue mayor a 10%, percibiéndose inclusive hasta más de un 27% sobre una de las topologías más grandes: *net-c-19c7-C4*. Estos resultados son en verdad de un altísimo impacto desde el punto de vista económico.

Ahora bien, derivar cotas inferiores para un problema como éste es una tarea que puede inclusive

llegar a ser tan complicado como resolver el problema original. Sin embargo, llevando a cabo un análisis y estudio riguroso de la estructura y propiedades del modelo, podemos notar dos propiedades muy importantes que pueden ser explotadas con el fin de poder aproximar esta cota inferior y medir así, de una manera más eficiente, la calidad de nuestras soluciones. Primero, mediante una relajación del modelo matemático del PMCC, enfocándonos en la ecuación (4), el problema llega a ser separable en cada estación compresora. Esto es, el problema relajado consiste en la optimización de cada arco compresor de manera individual. No obstante, dado que el modelo permanece como un problema no convexo, nosotros, como segunda fase, explotamos el hecho de que en cada compresor el objetivo es una función dada por sólo por tres variables, así que construimos una malla tridimensional sobre estas tres variables como base y ejecutamos una evaluación exhaustiva para encontrar el óptimo global del problema relajado (para una discretización especificada).

La tabla III muestra los resultados de la evaluación de la calidad de las soluciones NDPTS contra las cotas inferiores (LB). La primera columna muestra las instancias de prueba, la segunda y tercera columnas muestran la cota inferior y el mejor valor encontrado por la heurística, respectivamente, y la última columna muestra la distancia relativa (GAP) al óptimo global obtenida por el NDPTS. Como podemos observar en la tabla, todas las instancias probadas tienen una distancia óptima relativa de menos de 7%, donde para siete de ellas pudo observarse estar a menos de 10% del óptimo global, y aún mejor, tres de estas once instancias estuvieron a menos de 1% del óptimo. Esto demuestra la capacidad y efectividad de nuestra aproximación propuesta.

El cálculo de esta cota es también una contribución científica notable, ya que es la primera vez que se reporta en más de 40 años de investigación en este campo.

Finalmente, la convergencia del algoritmo NDPTS sobre la instancia de prueba net-c-6c2-C5

Tabla III. Calidad de la solución NDPTS por cotas inferiores.

Instancia	LB	g_{NDPTS}	Gap(%)
net-c-6c2-C1	2.28	2.28	0.0
net-c-6c2-C4	1.39	1.39	0.0
net-c-6c2-C7	0.94	1.14	16.6
net-c-10c3-C2	4.30	4.96	13.4
net-c-10c3-C4	2.01	2.23	9.9
net-c-15c5-C2	4.95	4.99	0.7
net-c-15c5-C4	3.10	3.37	7.9
net-c-15c5-C5	6.79	7.96	14.6
net-c-17c6-C1	8.12	8.65	6.1
net-c-19c7-C4	7.99	8.69	8.0
net-c-19c7-C8	5.89	7.03	16.1

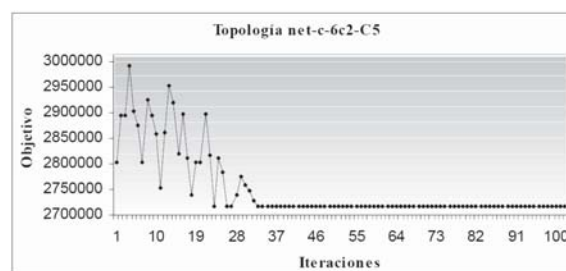


Fig.10. Convergencia NDPTS en la instancia net-c-6c2-C5.

se muestra en la figura 10. En ella puede observarse cómo en algunas iteraciones, la solución puede llegar a deteriorarse para después mejorar hacia una solución más fuerte, ilustrando que quedarse estancado en un óptimo local es sobrellevado de manera efectiva por el mecanismo TS. Típicamente se observó que para todas las instancias la solución no mejora más allá de las primeras 50-60 iteraciones.

Conclusiones y recomendaciones

En este trabajo hemos propuesto una heurística híbrida basada en NDP y TS para un problema muy importante y a la vez difícil surgido de la industria de gas natural. El procedimiento NDPTS propuesto, basado en una estrategia que integra técnicas avanzadas como DP no secuencial y TS con un mecanismo de memoria corta, demostró ser muy eficiente en el trabajo experimental, cuan-

do al aplicarse sobre un gran número de instancias con datos reales tomados de la industria fue capaz de obtener soluciones de mayor calidad que aquéllas entregadas por los métodos anteriores (GRG multiarranque y NDP). Además, la manera en la que el método opera claramente produce mejores soluciones que aquéllas encontradas por el método NDP de Carter, el cual era hasta el momento, el referente a nivel mundial en la resolución de problemas de este tipo. Por ende, la mayor contribución científica del trabajo es el proveer un método de resolución que obtienen soluciones de mucha mejor calidad que el mejor método reportado previamente. Como se mostró, las mejoras obtenidas por nuestro método fueron dramáticas, alcanzando en algunos casos hasta más de 27% de mejora. Otra aportación científica del trabajo fue el desarrollo y evaluación de un esquema de acotamiento inferior para evaluar la calidad de las soluciones reportadas por los métodos de optimización. Éste es el primer esquema de acotamiento desarrollado en más de 40 años de investigación en este campo, lo cual lo hace bastante notable. La evaluación numérica de la cota permitió verificar la alta calidad de las soluciones reportadas por el NDTPS. Finalmente, una tercera contribución fue la elaboración de una colección de conjuntos de datos que constituye un punto de referencia en trabajos posteriores para el resto de la comunidad científica que labora en esta área. Como resultado global, esta investigación se ha convertido ya en un avance significativo al estado del arte en este campo de la ciencia.

Hay aún muchas áreas que proponen importantes desafíos desde la perspectiva de la optimización. Por ejemplo, el procedimiento propuesto es una búsqueda tabú básica con memoria corta, de ahí que pudiera ser interesante incorporar estrategias más sofisticadas del TS, como intensificación o diversificación. Además, uno de los desafíos más grandes en la industria del gas natural es lidiar con sistemas dependientes del tiempo, es decir, con problemas mucho más complejos desde la perspectiva de la modelación, tal como los

modelos transientes. Hemos visto algunos esfuerzos preliminares en esta dirección, pero indudablemente que este tema constituye el reto de mayor envergadura en el campo.

Agradecimientos

Este trabajo de investigación fue apoyado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt, proyecto J33187-A) y por la Universidad Autónoma de Nuevo León, bajo su Programa de Apoyo para la Investigación Científica y Tecnológica (UANL-Paicyt, proyecto CA820-04).

Resumen

En este trabajo nos enfocamos al problema de calcular planes óptimos de transportación de gas natural mediante compresores instalados en sistemas cíclicos. Este problema no lineal (no convexo) considera dos tipos de variables continuas: flujo másico en cada arco y presión en cada nodo. Los compresores consumen combustible dependiendo de la configuración del flujo y presión, así el problema es asignar valores que minimicen el combustible total consumido. Aquí proponemos una técnica híbrida que integra la programación dinámica no secuencial dentro de una estrategia de búsqueda tabú con memoria corta. Evidencia empírica demuestra el tremendo impacto del algoritmo, superando contundentemente a los mejores métodos conocidos a la fecha.

Palabras clave: Gas natural, Red cíclica, Compresor, Programación dinámica, Búsqueda tabú.

Abstract

In this work, we address the problem of computing optimal transportation plans of natural gas by compressors installed in cyclic networks. This non-linear (non-convex) problem considers two types of continuous decision variables: mass flow rate through each arc, and gas pressure level at each

node. Since compressors consume fuel at rates depending on flow and pressure, the problem is to assign values that minimize the total fuel cost. We propose a hybrid technique integrating non-sequential dynamic programming within a *short-term memory* tabu search strategy. Empirical evidence shows the tremendous impact of the proposed algorithm, outperforming significantly the best solution methods known to date.

Keywords: Natural gas, Cyclic-network, Compressor, Dynamic programming, Tabu search.

Referencias

1. R. Horst, P.M. Pardalos y N.V. Thoai. Introduction to Global Optimization. Kluwer, Dordrecht, Holanda, 1995.
2. R. Bellman. Dynamic Programming. Princeton University Press, Princeton, EUA. 1957.
3. F. Glover y M. Laguna. Tabu Search. Kluwer, Boston, EUA, 1997.
4. R.G. Carter. Pipeline optimization: Dynamic programming after 30 years. En Proceedings of the 30th PSIG annual meeting, Denver, EUA, 1998.
5. A.J. Osiadacz. Simulation and Analysis of Gas Networks. Gulf Publishing Company, Houston, EUA, 1987.
6. S. Kim, R.Z. Ríos-Mercado y E.A. Boyd. A heuristic for minimum cost steady-state gas transmission networks. En Proceedings of the 25th International Conference on Computers & Industrial Engineering, New Orleans, EUA, 1999.
7. Wu, R.Z. Ríos-Mercado, E.A. Boyd y L.R. Scott. Model relaxations for the fuel cost minimization of steady-state gas pipeline networks. Mathematical and Computer Modelling, 31(2-3):197-220, 2000.
8. J.T. Jefferson. Dynamic programming. Oil and Gas Journal, pp. 102-107, 1961.
9. P.J. Wong y R.E. Larson. Optimization of natural-gas pipeline systems via dynamic programming. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-13(5):475-481, 1968.
10. H.J. Flores-Villarreal y R.Z. Ríos-Mercado. Computational experience with a GRG method for minimizing fuel consumption on cyclic natural gas networks. En N. E. Mastorakis, I. A. Stathopoulos, C. Manikopoulos, G. E. Antoniou, V. M. Mladenov e I. F. Gonos (editores), Computational Methods in Circuits and Systems Applications, pp. 90-94, WSEAS Press, Atenas, Grecia, 2003.
11. C. Borraz-Sánchez y R.Z. Ríos-Mercado. A non-sequential dynamic programming approach for natural gas network optimisation. WSEAS Transactions on Systems, 3(4):1384-1389, 2004.
12. R.Z. Ríos-Mercado, S. Wu, L.R. Scott y E.A. Boyd. A reduction technique for natural gas transmission network optimization problems. Annals of Operations Research, 117(1-4):217-234, 2002.

Recibido: 16 de agosto de 2009

Aceptado: 10 de septiembre de 2009